



Skript zur Vorlesung
Datenbanksysteme II
Sommersemester 2007

Kapitel 6: Algorithmen zur Ähnlichkeitssuche

Vorlesung: Christian Böhm
Übungen: Bianca Wackersreuther und Christian Böhm

Skript © 2007 Christian Böhm

<http://www.dbs.informatik.uni-muenchen.de/Lehre/DBSII>



Verwaltung mehrdimensionaler Daten (1)

Beispiel: Punkte im d -dim. Raum



- **Speicherung in einem Plattenblock**

- Speicherung in einem Plattenblock 
- Platz für d -dimensionalen Datenpunkt: $4d$ Bytes
- Beim Einfügen können Blöcke überlaufen
→ Neuer Block, Spaltung der Punktemenge

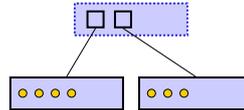




Verwaltung mehrdimensionaler Daten (2)

• Hierarchische Organisation

- Erschließung der Blöcke durch übergeordnete Knoten (Directory)



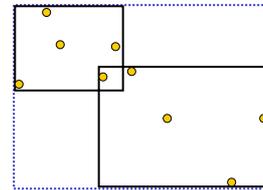
- Beschreibung der Knoteninhalte

- Dienen zur *Navigation* bei der Suche
- MUR = „minimal umgebendes Rechteck“

$$n\text{-D: } \langle l_1, u_1, l_2, u_2, \dots, l_n, u_n \rangle$$

Bsp. 2-D: $\langle \text{links, rechts, unten, oben} \rangle$

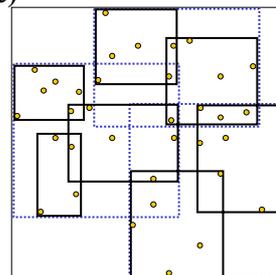
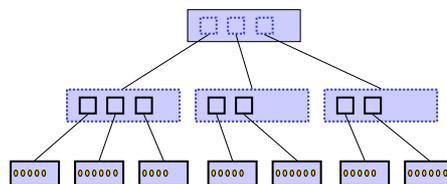
- Strategien zur Spaltung (R*-Baum):
Minimiere Größe, Überlappung und Umfang der neuen MURs



Verwaltung mehrdimensionaler Daten (3)

• Mehrstufige Hierarchien (Bäume)

- Durch Spaltung im Directory



- Eigenschaften der Datenstruktur

- Blattknoten enthalten Punkte, innere Knoten MURs und Zeiger
- Alle Blätter haben dieselbe Entfernung von der Wurzel
- Jeder Knoten hat höchstens M viele Einträge
- Jeder Knoten (außer Wurzel) hat mind. m ($\leq M/2$) Einträge



Multidimensionale Indexstrukturen (1)

([BBK 01] Böhm C., Berchtold S., Keim D.A.: Searching in High-dimensional Spaces: Index Structures for Improving the Performance of High-Dimensional Indexing, to appear in ACM Computing Surveys, 2001.)

Generelle Prinzipien vieler Indexstrukturen

- Jedem Knoten des Baums ist zugeordnet:
 - eine *Seite* des Hintergrundspeichers
 - eine *Region* des Datenraums
- Es gibt zwei Typen von Seiten (=Knoten):
 - **Datenseiten** sind Blattknoten und speichern Punktdaten
 - **Directoryseiten** sind innere Knoten und speichern *Directory-Einträge*, bestehen aus:
 - *Verweis* zu Kindseite (Adresse auf dem Hintergrundspeicher) und
 - Beschreibung der *Region* der Kindseite



Multidimensionale Indexstrukturen (2)

- **Physische vs. logische Seiten**
 - Ursprüngliche Idee: Eine physische Seite des Hintergrundspeichers wird verwendet
 - Kleinste Informationseinheit, die zwischen Plattenspeicher und Arbeitsspeicher übertragen werden kann
 - Physische Seiten meist zu klein:
fasse aufeinander folgende physische Seiten zu einer *logischen Seite* zusammen
 - Die meisten Indexstrukturen verwenden aber eine *einheitliche* Seitengröße für alle Seiten eines Indexes, um Probleme wie Freispeicherverwaltung zu vermeiden
 - Aus der Seitengröße ergibt sich auch die *Kapazität* (maximale Anzahl Einträge) der Directory- und Datenseiten:

$$C_{Data} = \left\lfloor \frac{|Seite| - |Verwaltungsoverhead|}{|Datensatz|} \right\rfloor \quad C_{Dir} = \left\lfloor \frac{|Seite| - |Verwaltungsoverhead|}{|Directoryeintrag|} \right\rfloor$$



Multidimensionale Indexstrukturen (3)

- Meist werden die Seiten nicht zu 100% gefüllt, damit Platz für neu eingefügte Datensätze bleibt. Meist wird eine minimale Speicherauslastung, z.B. 40% definiert.
- Der durchschnittliche Anteil besetzter Einträge wird als *Speicherauslastung (storage utilization)*, die durchschnittliche Anzahl besetzter Einträge als *effektive Kapazität* bezeichnet mit:
$$C_{\text{eff,Data}} = su_{\text{Data}} \cdot C_{\text{Data}}$$
- Jeder Punkt-Datensatz wird in genau einer Datenseite gespeichert (keine Duplikate)
- Durch die Regionen wird gewährleistet, dass räumlich benachbarte Punkte möglichst auf denselben Datenseiten oder in denselben Teilbäumen gespeichert werden.



Multidimensionale Indexstrukturen (4)

- Verschiedene Möglichkeiten für die Gestalt der Seitenregionen:
 - achsenparallele Rechtecke, die meist minimal um die Punktemenge gespannt werden (*minimum bounding rectangle, MBR*) am weitesten verbreitet (R-Tree, X-Tree ...)
 - Kugeln (SS-Tree)
 - Zylinder (TV-Tree)
 - Kombinationskörper (SR-Tree)
- Die Seitenregion umfasst immer geometrisch alle auf einer Datenseite bzw. in dem entsprechenden Teilbaum unter einer Directoryseite gespeicherten Punkte.
Dies ist Voraussetzung um die Vollständigkeit des Anfrageergebnisses zu gewährleisten (*konservative Approximation* bzw. *lower bounding property*)
- Bäume sind meist *balanciert*: Abstand zwischen Wurzel und alle Blätter gleich groß



Multidimensionale Indexstrukturen (5)

- Indexstrukturen sind *dynamisch*:
Insert- und Delete-Operationen sind effizient, möglichst in $O(\log n)$

Typische Vorgehensweise:

- Auf einen Pfad beschränkte *Tiefensuche* nach einer geeigneten *Datenseite*:
Nach bestimmten räumlichen Kriterien wird jeweils die beste Kindseite gewählt
- Wenn auf der Datenseite noch Platz ist, wird der Punkt dort gespeichert
- Manche Indexstrukturen: Restrukturierungsversuche ohne Anlegen neuer Seite
- Sonst wird im Rahmen einer Überlaufbehandlung die Datenseite aufgeteilt (*Split*)
 - verschiedene Kriterien (*minimale Überlappung, toter Raum*)
 - verschiedene Algorithmen (*linear, quadratisch*)
 - neuer Knoten wird im Elternknoten eingetragen
 - durch Überlauf von Elternknoten kann Split im Extremfall bis zur Wurzel laufen



R*-Baum, Konzept

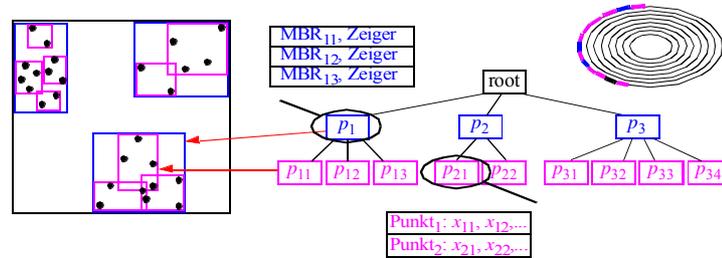
Der R*-Baum ist ein balancierter Baum, der zur Speicherung von 2D Rechteckdaten entworfen wurde. Er wird jedoch häufig auch zur Speicherung höherdimensionaler Punktdaten verwendet und diente als Grundlage für wichtige spezialisierte Indexstrukturen für hochdimensionale Daten wie z.B. den TV-tree oder den X-tree.

- Balancierte Indexstruktur mit Daten- und Directoryseiten einheitlicher Größe
- Seitenregionen: · Minimal umgebende achsenparallele Rechtecke (MBR)
- Insert-Strategie: · Vergrößerung des Overlap
 - Vergrößerung des Volumen
 - Volumen
- Überlaufbehandlung (Re-Insert-Konzept):
 - Teil der Punkte wird gelöscht und in den Baum neu eingefügt
- Split-Kriterien: · Umfang/Oberfläche
 - Überlappungsvolumen
 - Toter Raum (nicht sinnvoll bei Datenseiten mit Punktdaten)
- Split-Algorithmus: erste Phase: Ermittlung der Dimension
 - zweite Phase: Ermittlung der Splitebene (jeweils durch Sortieren)



R*-Baum, Beispiel

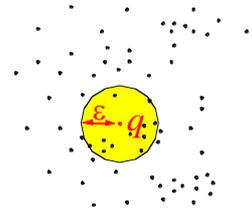
- Beispiel eines R*-Baums:



Bereichsanfragen (1)

Allgemeines

- Charakteristik:
Benutzer gibt Anfrageobjekt q und maximale Distanz ϵ vor;
System ermittelt alle Datenbankobjekte, die von q höchstens die Distanz ϵ haben
- Formale Definition:
$$\text{sim}_q(\epsilon) := \{o \in DB \mid d(q,o) \leq \epsilon\}$$





Bereichsanfragen, Algorithmus (1)

Algorithmus mit multidimensionalem Index: Tiefensuche (rekursiv)

function RangeQuery (q : Point; e : Real; pa : DiskAddress): Set of Point

$result := \emptyset$;

$p := \text{LoadPage}(pa)$;

if IsDataPage (p) **then**

for $i := 0$ **to** $p.num_objects$ **do**

if distance ($q, p.object[i]$) $\leq \epsilon$ **then**

$result := result \cup p.object[i]$;

else

for $i := 0$ **to** $p.num_objects$ **do**

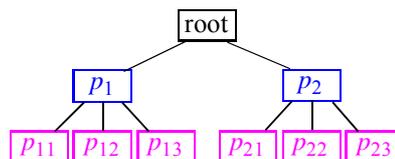
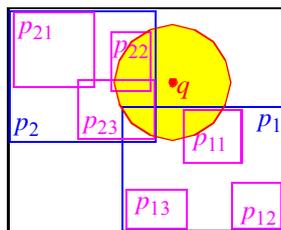
if MINDIST ($q, p.region[i]$) $\leq \epsilon$ **then**

$result := result \cup \text{RangeQuery}(q, p.childpage[i])$;

return $result$;



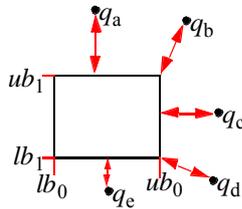
Bereichsanfragen, Algorithmus (2)



- Der Test, ob sich die Queryregion mit einer Seitenregion schneidet, wird am einfachsten mit Hilfe der Distanz zwischen dem Anfragepunkt und der Seitenregion entschieden. In diesem Fall wird die *minimale* Distanz zwischen dem Anfragepunkt und einem Punkt der Seitenregion benötigt (MINDIST).



Bereichsanfragen, Algorithmus (3)



- Berechnung der MINDIST zwischen Seitenregion p und Anfragepunkt q für den euklidischen Abstand:

$$\text{MINDIST}(p, q) = \sqrt{\sum_{0 \leq i \leq d} \begin{cases} (lb_i - q_i)^2 & \text{if } q_i \leq lb_i \\ 0 & \text{if } lb_i \leq q_i \leq ub_i \\ (q_i - ub_i)^2 & \text{if } ub_i \leq q_i \end{cases}}$$

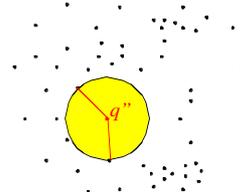
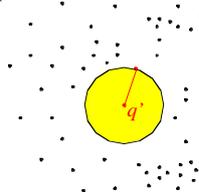


Nächste-Nachbarn-Anfragen (1)

Allgemeines

- Benutzer gibt Anfrageobjekt q vor; System ermittelt das Datenbankobjekt, das von q den geringsten Abstand hat
- *Mehrdeutigkeiten* können auftreten und müssen sinnvoll behandelt werden: entweder *mehrere* nächste Nachbarn, oder das Ergebnis ist nichtdeterministisch.
- Formale Definition:

$$\text{NN}_q := \{o \in DB \mid \forall o' \in DB \, d(q, o) \leq d(q, o')\}$$



q' hat eindeutigen nächsten Nachbarn q'' hat zwei nächste Nachbarn

- Nichtdeterministische Variante:
 $\text{NN}_q := \text{SOME } o \in DB \mid \forall o' \in DB \, d(q, o) \leq d(q, o')$



Nächste-Nachbarn-Anfragen (2)

Einfacher Tiefensuche-Algorithmus

- Unterschied zu bisherigen Anfragealgorithmen:
Da der nächste Nachbar prinzipiell beliebig weit vom Anfragepunkt entfernt sein kann, ist die Gestalt der Query zunächst unbekannt, d.h. es ist nicht wie bei der Range-Query leicht anhand der Seitenregion zu entscheiden ob eine Seite gebraucht wird. Ob eine Seite gebraucht wird, hängt *auch* davon ab was auf den anderen Seiten gespeichert ist.
- Wäre der Abstand zum nächsten Nachbarn (bzw. eine obere Schranke hierfür) bekannt, würde Range-Query ausreichen.
 - Kennt man *einen beliebigen* Punkt der Datenbank, dann kann man dessen Abstand als obere Schranke für die Nearest-Neighbor-Distance nutzen.
 - Kennt man *mehrere* Punkte der Datenbank, dann kann man den *geringsten* Abstand als obere Schranke für die Nearest-Neighbor-Distance nutzen.
- Der Algorithmus für Range-Queries wird deshalb so umformuliert, daß ϵ durch die Distanz zum besten, bisher gefundenen Nachbarn (*resultdist*) ersetzt wird. Die globalen Variablen *result* und *resultdist* werden wie oben mit \perp bzw. $+\infty$ initialisiert



Nächste-Nachbarn-Anfragen (3)

procedure SimpleNNQuery (*q*: Point; *pa*: DiskAddress)

p := LoadPage (*pa*) ;

if IsDataPage (*p*) **then**

for *i* := 0 **to** *p.num_objects* **do**

if distance (*q*, *p.object* [*i*]) \leq *resultdist* **then**

result := *p.object* [*i*] ;

resultdist := distance (*q*, *p.object* [*i*]) ;

else

for *i* := 0 **to** *p.num_objects* **do**

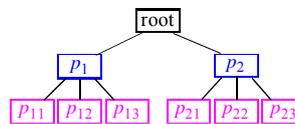
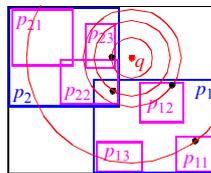
if MINDIST (*q*, *p.region* [*i*]) \leq *resultdist* **then**

 SimpleNNQuery (*q*, *p.childpage* [*i*]) ;



Nächste-Nachbarn-Anfragen (4)

- Nachteil des einfachen Tiefensuche-Algorithmus:
 - Fängt mit $resultdist = +\infty$ an
 - Hierdurch: Start mit einem beliebigen Pfad, nicht mit einem Pfad, der möglichst nahe am Anfragepunkt liegt
 - Dadurch sind auch die ersten gefundenen Punkte sehr weit vom Anfragepunkt weg
 - D.h. das Verfahren schränkt seinen Suchraum nur sehr langsam ein. Viele Pfade werden unnötigerweise verfolgt.



Prioritätssuche nach Hjaltason und Samet (1)

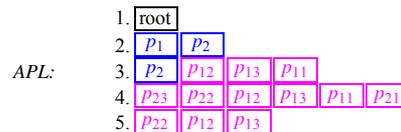
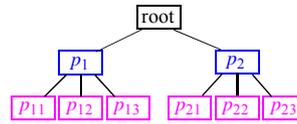
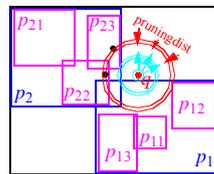
([HS 95] Hjaltason G. R., Samet H.: *Ranking in Spatial Databases*, Int. Symp. on Large Spatial Databases (SSD), 1995.)

- Statt eines rekursiven Durchlaufs durch den Index hält der Algorithmus explizit eine *Liste der aktiven Seiten (active page list APL)*.
- Definition: Eine Seite p ist *aktiv* genau dann wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:
 - p wurde noch nicht geladen
 - die Elternseite von p wurde bereits geladen
 - die Distanz (MINDIST) zwischen der Region $p.region$ und dem Anfragepunkt übersteigt nicht die Pruningdistanz (Distanz des bisherigen nächsten Nachbarn)
- Anfangs wird *APL* mit der Wurzel des Index initialisiert.
- Der Algorithmus entnimmt in jedem Schritt die Seite aus der *APL*, die die höchste Priorität (d.h. die geringste MINDIST vom Anfragepunkt q) hat.
- Die entnommene Seite wird geladen und verarbeitet:
 - Datenseiten werden wie bisher verarbeitet
 - Directoryseiten: Kindseiten mit $MINDIST \leq pruningdist$ werden in *APL* eingefügt
 - Ändert sich $pruningdist$, dann werden die betroffenen Seiten aus *APL* gelöscht (Alternativ können diese Seiten auch nur als "gelöscht" markiert bzw. auch ohne explizite Markierung später ignoriert werden)



Prioritätssuche nach Hjaltason und Samet (2)

- Beispiel:



- Beobachtung:
 - Seiten werden nach aufsteigendem Abstand (blaue Kreise) geordnet zugegriffen
 - *pruningdist* (rote Kreise) wird kleiner, sobald nähergelegener Datenpunkt gefunden
 - die Anfragebearbeitung stoppt, wenn sich beide Kreise treffen



Prioritätssuche nach Hjaltason und Samet (4)

Algorithmus:

apl: list of (*dist*: Real, *pa*: DiskAdr) ordered by *dist* ascending := $\langle(0.0, \text{root})\rangle$;

while not empty (*apl*) **and** *apl* [0].*dist* ≤ *resultdist* **do**

p := LoadPage (*apl* [0], *pa*);

delete_first (*apl*);

if (IsDataPage (*p*)) **then**

(* wie üblich *)

else

for *i* := 0 **to** *p.num_objects* **do**

h := MINDIST (*q*, *p.region* [*i*]);

if *h* ≤ *resultdist* **then**

insert ((*h*, *p.childpage* [*i*]), *apl*);



Optimalität der Prioritätssuche

Optimalität des Verfahrens

([BBKK 97] Berchtold, Böhm, Keim, Kriegel: *A Cost Model for Nearest Neighbor Search in High-Dimensional Space*, ACM Symposium on Principles of Database Systems, 1997.)

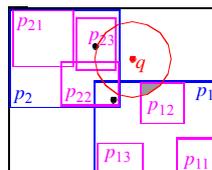
- Im folgenden wollen wir zeigen, dass die Prioritätssuche optimal in Bezug auf die Anzahl der Seitenzugriffe bei einem gegebenen Index ist. Dieser Beweis besteht aus drei Teilen:
- Lemma 1 sagt aus, daß jeder korrekte Algorithmus zur Bestimmung des nächsten Nachbarn *mindestens* die Seiten einladen muß, die von der Kugel um q geschnitten werden, die den nächsten Nachbarn von q *berührt* (die *NN-Kugel*)
- Lemma 2 stellt sicher, daß das Verfahren die Seiten, wie bereits vorher angemerkt, in aufsteigendem Abstand vom Anfragepunkt zugreift
- Lemma 3 folgert, daß der Algorithmus keine Seite mit einer MINDIST zugreift, die die Distanz des nächsten Nachbarn (von q) überschreitet



Optimalität der Prioritätssuche, Lemma 1

Lemma 1. Ein korrekter nearest neighbor Algorithmus muss mindestens die Seiten laden, deren Seitenregion MINDIST vom Anfragepunkt aufweist, die den Abstand zwischen dem nächsten Nachbarn und dem Anfragepunkt nicht überschreitet.

Beweis. Angenommen, eine Seite wird nicht geladen, obwohl sie eine MINDIST aufweist, die kleiner als die Distanz des nächsten Nachbarn ist. Dann kann diese Seite Punkte enthalten (als Datenseite bzw. bei Directoryseiten können im entsprechenden Teilbaum Punkte gespeichert sein), die näher am Anfragepunkt liegen als der nächste Nachbar. Der nächste Nachbar ist also nicht als solcher validiert, da über die Punkte in einem Teilbaum keine Information bekannt ist, außer dass sie in der entsprechende Region liegen.





Optimalität der Prioritätssuche, Lemma 2

Lemma 2. Das Verfahren greift auf die Seiten des Index aufsteigend sortiert nach der MINDIST zu.

Beweis. Die Seiten werden in aufsteigender Reihenfolge aus der *APL* entnommen. Die Aussage des Lemmas ist also bewiesen, wenn sichergestellt ist, daß nach Entnahme einer Seite p keine Seiten mehr in *APL* eingefügt werden, deren MINDIST kleiner als $r := \text{MINDIST}(p, q)$ ist. Alle Seiten, die nach Entnahme von p eingefügt werden sind entweder Nachkommen von p oder Nachkommen von Seiten, deren $\text{MINDIST} \geq r$ ist. Da die Region eines Nachkommen in der Region des Vorfahren vollständig eingeschlossen ist, ist die MINDIST eines Nachkommens nie kleiner als die des Vorfahren. Deshalb haben alle später eingefügten Seiten eine $\text{MINDIST} \geq r$.



Optimalität der Prioritätssuche, Lemma 3

Lemma 3. Der Algorithmus greift auf keine Seite zu, deren Seitenregion eine MINDIST aufweist, die die Distanz zwischen q und seinem nächsten Nachbarn überschreitet

Beweis. Da die Seiten in aufsteigender Reihenfolge zugegriffen werden, können nach Zugriff auf eine Seite p nur Punkte gefunden werden, deren Abstand vom Anfragepunkt größer als $\text{MINDIST}(p, q)$ ist (gemäß der Argumentation in Lemma 2). Wäre vor Zugriff auf p ein Punkt gefunden worden, der einen geringeren Abstand aufweist, dann wäre p aus der *APL* gelöscht worden bzw. der Algorithmus hätte vor Bearbeitung von p angehalten.

Korollar. Aus Lemma 1-3 ergibt sich, dass der Prioritätsalgorithmus optimal in Bezug auf die Anzahl der Seitenzugriffe ist.



k -nächste-Nachbar-Anfragen (1)

Allgemeines

- Der Benutzer spezifiziert einen Anfragepunkt q und eine Anzahl k . Das System ermittelt die k nächsten Nachbarn von q .
- formale Definition:
kleinste Menge $NN_q(k) \subseteq DB$ mit mindestens k Objekten, so dass
 - $\forall o' \in NN_q \quad \forall o' \in DB \setminus NN_q: d(q,o) < d(q,o')$
- nichtdeterministische Variante:
Menge $NN_q(k) \subseteq DB$ mit exakt k Objekten, so dass
 - $\forall o' \in NN_q \quad \forall o' \in DB \setminus NN_q: d(q,o) \leq d(q,o')$



k -nächste-Nachbar-Anfragen (2)

Grundalgorithmus ohne Index (nichtdeterministisch)

result: list of (*dist*: Real, *P*: Point) ordered by *dist* descending := $\langle \rangle$;

for $i := 1$ **to** k **do**

insert ((distance (q , database [i]), database [i]), *result*) ;

for $i := k + 1$ **to** n **do**

if distance (q , database [i]) \leq *result* [0].*dist* **then**

delete_first (*result*) ;

insert ((distance (q , database [i]), database [i]), *result*) ;

Anmerkung: Die Ergebnisliste *result* ist hier *absteigend* geordnet, obwohl dies der Intuition aus Anwendersicht widerspricht (Intuition: erstes Element = bestes Element = erster NN). Der Grund ist, dass bei absteigender Ordnung Datenstrukturen verwendet werden können, die einen besonders effizienten Zugriff auf das *erste* Element erlauben.



k -nächste-Nachbar-Anfragen (3)

Algorithmen mit Index

Grundsätzlich lassen sich sowohl die Tiefensuche-Algorithmen als auch der Prioritätsalgorithmen erweitern so dass sie k nächste Nachbarn suchen. Als Pruning-Distanz dient grundsätzlich die Distanz des am weitesten entfernten Eintrags in der Ergebnisliste $result[0].dist$. (Liste ist hier absteigend sortiert)

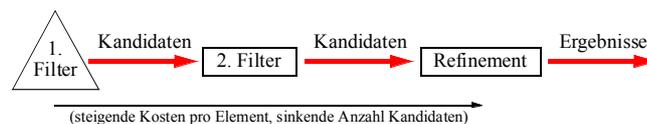
NN-Suche mit mehrstufiger Anfragebearbeitung

- Häufig wird bei der Anfragebearbeitung eine Multistep-Architektur eingesetzt, die aus einem oder mehreren Filterschritten sowie einem Verfeinerungsschritt besteht
- Um die Vollständigkeit des Anfrageergebnisses garantieren zu können, ist die Lower-Bounding-Property nachzuweisen, d.h. die im Filter ermittelte Distanz ist höchstens so groß wie die Distanz des Verfeinerungsschrittes
- Analog gilt bei mehreren Filtern $dist_{Filter1} \leq dist_{Filter2} \leq \dots$



k -nächste-Nachbar-Anfragen (4)

- *Bereichsanfragen* können dann durch einfache kaskadierte Anwendung (ohne weitere Modifikation) der Filterschritte und des Verfeinerungsschrittes ausgewertet werden:



- Für Nearest-Neighbor-Queries gilt dies nicht, denn der im (1.) Filterschritt ermittelte nächste Nachbar ist nicht notwendig auch das Element mit minimaler $dist_{Refinement}$
- Bei einer geeigneten Filterfunktion ist es aber *wahrscheinlich*, dass das Element mit minimaler $dist_{Refinement}$ auch unter *den ersten* Elementen des Filterschrittes ist.
- Man benötigt eine Art "Rückmeldung" der im Verfeinerungsschritt ermittelten Distanz an den Filterschritt.



k -nächste-Nachbar-Anfragen (5)



- Analog zu den NN-Algorithmen ohne Multistep-Architektur gibt es verschiedene Auswertungsstrategien, die sich in Speicherplatz- und Zeitkomplexität unterscheiden.