

Prof. Dr. Hans-Peter Kriegel
Dr. Martin Ester
Marco Pötke

Übungen zur Vorlesung
Geo-Informationssysteme
Sommersemester 1999

Blatt 7

Aufgabe 7.1: Schnitt von orthogonalen Strecken mit Divide-and-Conquer-Technik.

Man entwerfe einen Algorithmus, der die Operation $Y \star V$ (vgl. Skript Seite 176) in $O(|Y| + |V| + |Y \star V|)$ berechnet.

Aufgabe 7.2: Intervallbaum (*schriftlich bearbeiten*)

Gegeben sei die Menge $\{A, B, C, D, E, F\}$ von Intervallen mit

$A = [2,3]$, $B = [5,9]$, $C = [1,4]$, $D = [3,7]$, $E = [6,8]$ und $F = [8,10]$.

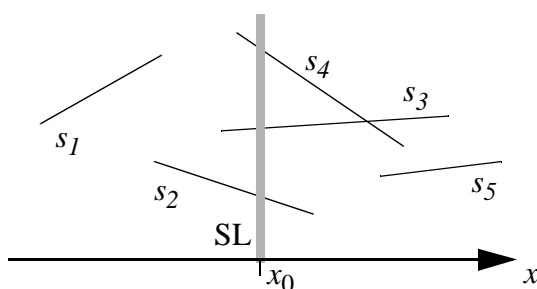
- Man gebe einen Intervallbaum zur Speicherung dieser Intervallmenge an und führe eine Punktanfrage für den Punkt $x = 3$ durch. In welcher Reihenfolge werden die gefundenen Intervalle ausgegeben?
- Man gebe einen Algorithmus $\text{IntervalQuery}(\text{Node}, [a_u, a_o])$ für die Bestimmung aller Intervalle in einem Intervallbaum Node an, die ein Anfrageintervall $[a_u, a_o]$ schneiden.

Aufgabe 7.3: Schnitt von Strecken mit Plane-Sweep-Technik

Im Skript wird auf den Seiten 169-174 ein Plane-Sweep-Algorithmus angegeben, der alle Schnitte zwischen orthogonalen Strecken in $O(n \log n + k)$ bestimmt. Man entwerfe einen Plane-Sweep-Algorithmus, der diese Aufgabe für eine Menge *beliebiger** Strecken in $O((n+k) \log n)$ löst. (*Anm.: Sie können davon ausgehen, daß keine vertikalen Strecken auftreten und sich keine 3 Strecken in einem Punkt schneiden.).

Gehen Sie dabei in folgenden Schritten vor:

- Wenn die Sweep-Line (SL) von links nach rechts über die Menge der Strecken "geschoben" wird, so gibt es zu jedem Zeitpunkt eine Teilmenge von Strecken, die gerade die SL schneiden (aktive Strecken). Auf der Menge der aktiven Strecken existiert eine Ordnung $<_x$, die durch die y-Koordinate der Schnittpunkte mit der SL bestimmt wird. Diese Ordnung ist lokal und hängt von der Position x der SL ab. Beispiel:



Ordnung der aktiven Strecken am Punkt x_0 :

$$s_4 >_x s_3 >_x s_2$$

bitte wenden.

Als Haltepunkte für die SL sind nur solche Punkte x interessant, an denen sich die Ordnung $<_x$ ändert. Welche Punkte sind das? Sind sie alle im voraus bekannt?

- b) Welche Eigenschaft bezüglich der Ordnung $<_x$ müssen zwei Strecken, die sich schneiden, an mindestens einem Haltepunkt der SL *vor* ihrem Schnittpunkt erfüllen?
- c) Welche Operationen müssen durch den *Event Point Schedule* (enthält die Haltepunkte der SL) bzw. den *Sweep Line Status* (enthält die jeweils aktuelle Ordnung $<_x$ der aktiven Strecken) effizient unterstützt werden? Welche Datenstrukturen kommen dafür in Frage?
- d) Entwerfen Sie nach diesen Vorüberlegungen den Algorithmus und überzeugen Sie sich, daß er die geforderte Komplexität besitzt.

Besprechung der Aufgaben: Mittwoch, 30.06.1999