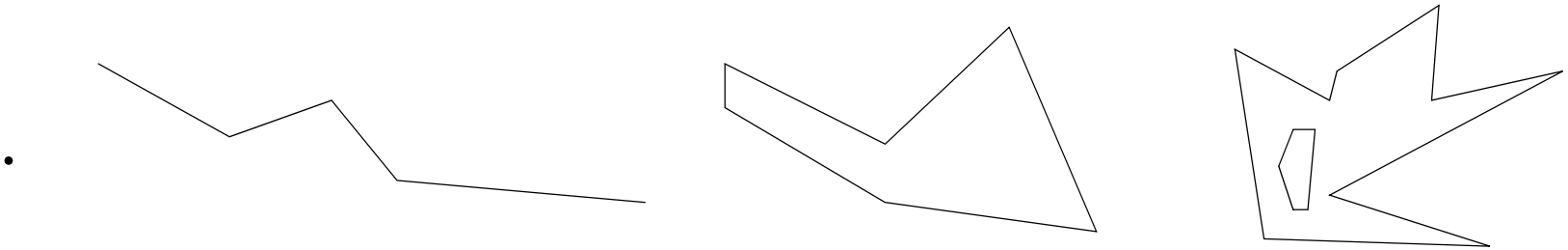
2. Ein abstraktes Geo-Datenmodell

1. Was soll modelliert werden?
2. Spatial Data Types
3. Integration in das relationale Datenmodell

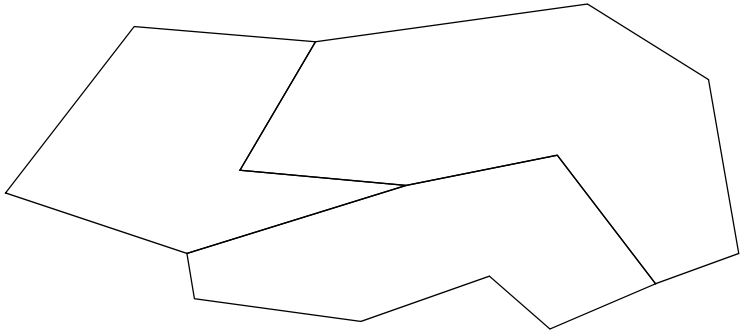
2.1 Was soll modelliert werden?

- Einzelne Objekte

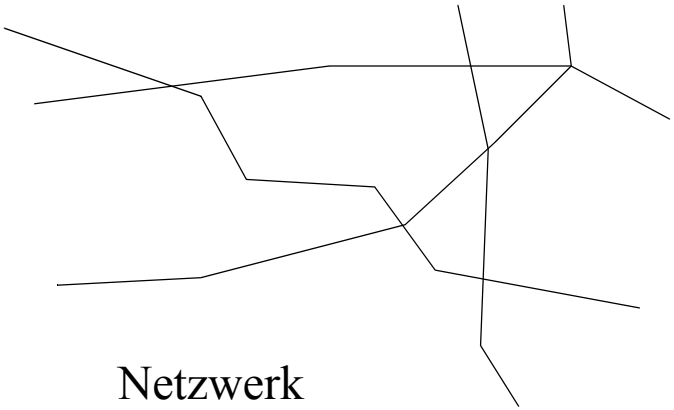


Punkt Linie Fläche

- Mengen räumlich benachbarter Objekte



Partition



Netzwerk

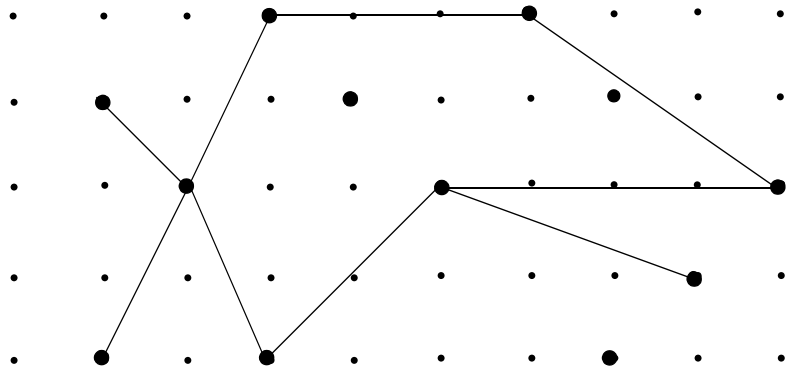
2.1 Was soll modelliert werden?

Probleme mit dem Euklidischen Raum

- Punkt = (r_1, r_2), r_i sind theoretisch reelle Zahlen, im Rechner aber nur als Fließkommazahlen mit bestimmter Genauigkeit repräsentiert
- Problem mit Schnittpunkten zweier Linien:
  - Koordinaten des Schnittpunkts werden zur nächsten Fließkomma-Zahl gerundet
  - der Schnittpunkt liegt dann auf keiner der beiden Linien (Inkonsistenz)

Realm-basierter Ansatz

- Ein *Realm* ist eine Menge von Punkten und nicht-schneidenden Liniensegmenten über einem gegebenen Gitter
- Schnittpunkte zweier Linien müssen auf einem Gitterpunkt liegen



2.1 Realms

Gegeben sei ein endlicher diskreter Raum $N \times N$ mit $N = \{0,1,. . ., n-1\}$.

Robuste Geometrische Primitive

- Ein *N-Punkt* ist ein Paar (x,y) $\in N \times N$. P_N sei die Menge aller *N*-Punkte.
- Ein *N-Segment* ist ein Paar verschiedener N-Punkte (p,q), S_N die Menge aller Segmente.

Realms

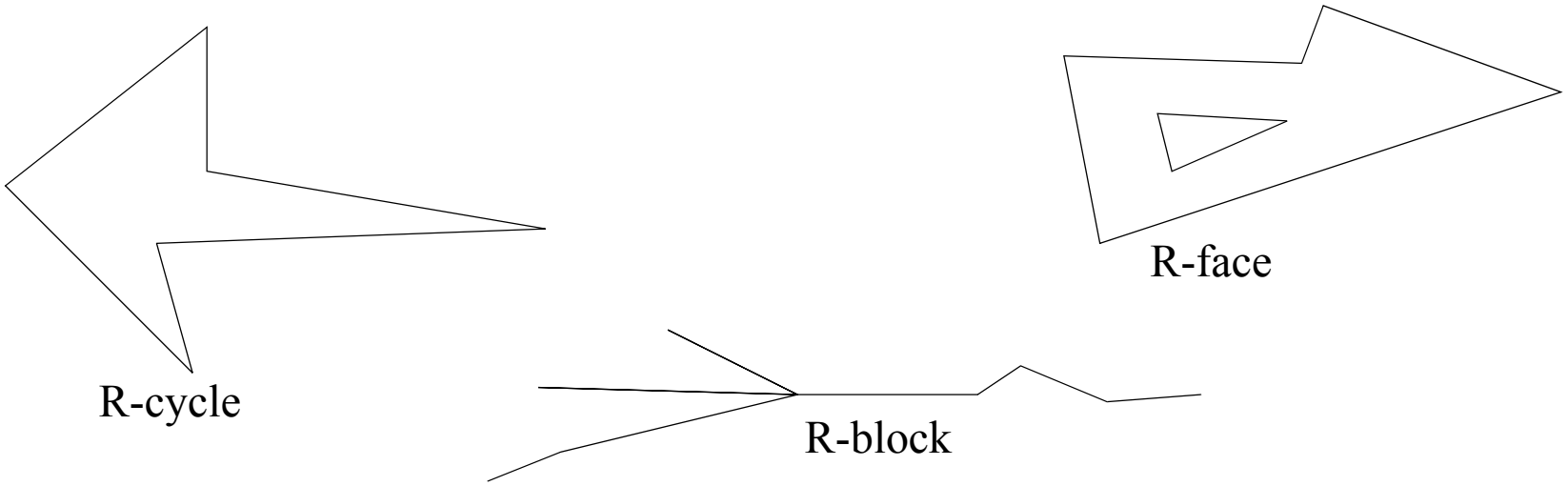
- Eine *N-Realm* ist eine Menge R = P $\cup$ S mit
  - (i) $P \subseteq P_N$ (***R-Punkte***), $S \subseteq S_N$ (***R-Segmente***)
  - (ii) $\forall\, s \in S : s = (p,q) \Rightarrow p \in P \wedge q \in P$
  - (iii) $\forall\, p \in P\ \forall\, s \in S : \neg$ (*p in s*)
  - (iv) $\forall\, s, t \in S, s \neq t : \neg$ (*s intersects t*)
- Interpretation einer Realm als planarer Graph:
  - Menge der Knoten = P
  - Menge der Kanten = S

2.1 Realms

Realm Strukturen

Die folgenden Definitionen beruhen auf der Graph-Interpretation einer Realm R:

- Ein *R-cycle* ist ein Zyklus im Graphen von R.
- Ein *R-face* ist ein R-cycle der andere disjunkte R-cycles enthalten kann.
- Ein *R-block* ist eine Zusammenhangskomponente im Graphen von R.

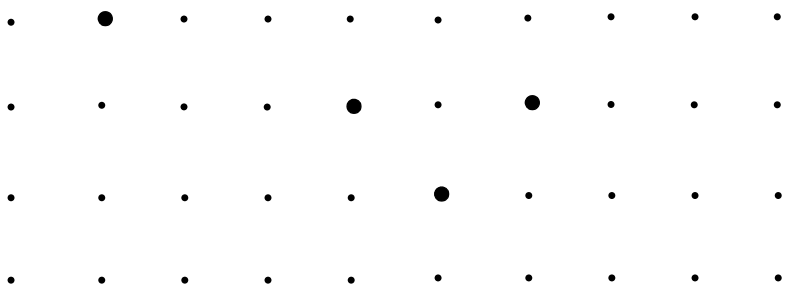


2.2 Spatial Data Types

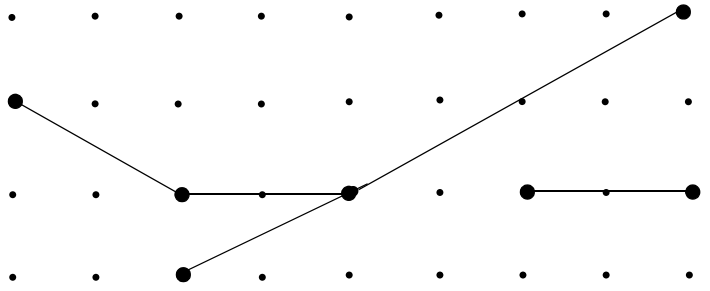
Realm-Basierte Spatial Data Types

Gegeben sei eine Realm R.

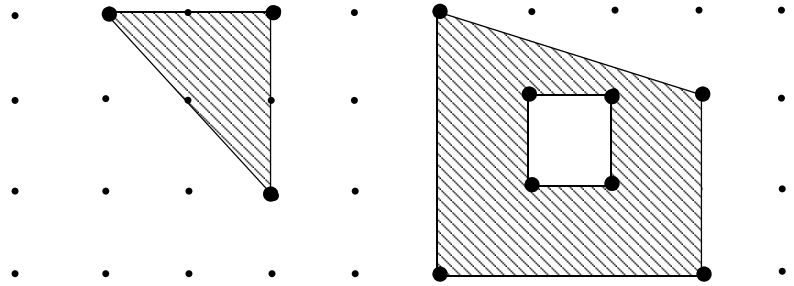
- Der Typ *points* definiert Mengen von R-Punkten.
- Der Typ *lines* definiert Mengen von paarweise disjunkten R-blocks.
- Der Typ *regions* definiert Mengen von paarweise kanten-disjunkten R-faces.



ein Element von points



ein Element von lines



ein Element von regions

2.2 Spatial Data Types

Typmengen

- EXT = {***lines, regions***}
- GEO = {***points, lines, regions***}
- OBJ = {**cities, highways,** . . .} (anwendungsspezifisch)
  set(OBJ) modelliert eine Datenbank

⇒ Second Order Signature (Typmengen = kinds)

Arten von Operationen

- Resultat vom Typ bool (Prädikate)
- Resultat vom Typ GEO
- Resultat vom Typ int / real
- Resultat vom Typ set(GEO) (Anfragen)

2.2 Spatial Data Types

Prädikate (Resultat vom Typ bool)

$\forall$ *geo* $\in$ GEO $\forall$ *ext, ext1, ext2* $\in$ EXT

geo $\times$ *geo*	$\rightarrow$ *bool*	=, $\neq$, “nördlich von”, “dist < 100”, ...
geo $\times$ ***regions***	$\rightarrow$*bool*	inside
regions $\times$ ***regions***	$\rightarrow$*bool*	area_disjoint, edge_disjoint
points $\times$ *ext*	$\rightarrow$ *bool*	on_border_of
ext1 $\times$ *ext2*	$\rightarrow$ *bool*	disjoint, meet, overlaps, covers, contains, covered_by, inside, equal (Topologische Prädikate)

. . .

$\rightarrow$ vollständige Menge der topologischen Prädikate

2.2 Topologische Prädikate (I)

9-Schnitt-Modell (Egenhofer 1991)

- Wir betrachten *einfache Polygone ohne Löcher (R-cycles)*. Ein solches Polygon kann als Punktmenge im 2D (*N-Punkte*) angesehen werden.
- Für eine Punktmenge A bezeichnen A^0 das *Innere* von A, δA den *Rand* von A und A^{-1} das *Äußere* (Komplement) von A.
- Um die topologische Beziehung zwischen zwei Polygonen (Punktmengen) A und B zu bestimmen, bilden wir die folgenden 9 Schnitte und notieren die Ergebnisse ($\varnothing$ oder $\neg\varnothing$) in einer Matrix, genannt *Durchschnittsmatrix*:

$$\begin{array}{lll} \delta A \cap \delta B & \delta A \cap B^0 & \delta A \cap B^{-1} \\ A^0 \cap \delta B & A^0 \cap B^0 & A^0 \cap B^{-1} \\ A^{-1} \cap \delta B & A^{-1} \cap B^0 & A^{-1} \cap B^{-1} \end{array}$$

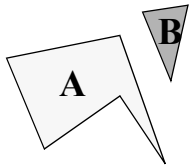
- Von den 512 potentiellen Matrizen können nur 8 auftreten, wenn A und B keine Löcher haben, zusammenhängend sind und nicht 1-dimensional sind.
- Jede dieser 8 Matrizen definiert eine topologische Beziehung zwischen den Polygonen A und B.

2.2 Topologische Prädikate (II)

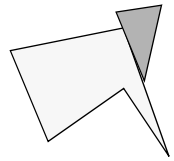
9-Schnitt-Modell (Forts.)

Durchschnittsmatrizen für die 8 topologischen Beziehungen

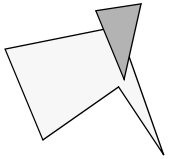
$$M_{disjoint}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



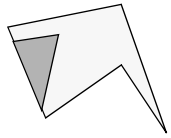
$$M_{meet}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



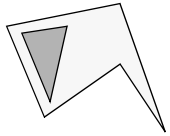
$$M_{overlaps}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{covers}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{contains}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$



$$M_{coveredby}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

$$M_{inside}(A, B) = \begin{pmatrix} \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \neg\varnothing & \neg\varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

$$M_{equal}(A, B) = \begin{pmatrix} \neg\varnothing & \varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \neg\varnothing & \varnothing \\ \varnothing & \varnothing & \neg\varnothing \end{pmatrix}$$

2.2 Spatial Data Types

Operationen mit Resultat vom Typ GEO

$\forall$ *geo* $\in$ GEO $\forall$ *ext, ext1, ext2* $\in$ EXT

geo × *geo*	→ *geo*	plus, minus	
ext	→ ***points***	vertices	
regions	→ ***lines***	contour	
points × ***points***	→ ?	intersection	*siehe Übung!*
lines × ***lines***	→ ?	intersection	
regions × ***regions***	→ ?	intersection	
regions × ***lines***	→ ?	intersection	
. . .			

Semantik basierend auf Realm-Operationen

Seien R $\in$ ***regions*** und L $\in$ ***lines***:

intersection(R,L):= blocks({s $\in$ Segments(L) | $\exists$ r $\in$ R: s *inside* r})

2.2 Spatial Data Types

Operationen mit Resultat vom Typ int oder real (skalar)

$\forall$ *geo, geo1, geo2* $\in$ GEO

geo	$\rightarrow$ *int*	no_of_components
geo1 $\times$ *geo2*	$\rightarrow$ *real*	dist
geo	$\rightarrow$ *real*	diameter
lines	$\rightarrow$ *real*	length
regions	$\rightarrow$ *real*	area
. . .		

Semantik basierend auf Realm-Operationen

Seien G $\in$ GEO und L $\in$ ***lines***:

$$\text{diameter}(G) := \max\{\text{dist}(p,q) \mid p, q \in \text{vertices}(G)\}$$

$$\text{length}(L) := \sum_{(p,q) \in \text{Segments}(L)} \text{dist}(p,q)$$

2.2 Spatial Data Types

Anfragen

$\forall$ *obj* $\in$ OBJ, $\forall$ *geo1, geo2* $\in$ GEO

$set(obj) \times (obj \rightarrow geo1) \times geo2$	$\rightarrow set(obj)$	nearest_neighbor_query
Beispiel:		
$set(\mathbf{cities}) \times (\mathbf{cities} \rightarrow \boldsymbol{regions}) \times \boldsymbol{points}$	$\rightarrow set(\mathbf{cities})$	
$set(obj) \times (obj \rightarrow geo1) \times \boldsymbol{regions}$	$\rightarrow set(obj)$	region_query
Beispiel:		
$set(\mathbf{cities}) \times (\mathbf{cities} \rightarrow \boldsymbol{regions}) \times \boldsymbol{regions}$	$\rightarrow set(\mathbf{cities})$	

2.3 Integration in das rel. Datenmodell

Idee

- Geo-Objekte einer Anwendung werden als Tupel bzw. Objekte mit mindestens einem Attribut eines Spatial Data Types modelliert.
- Das Datenmodell soll neben den atomaren Datentypen wie *int* und *string* Spatial Data Types anbieten.

Beispiel: Relationales Schema

relation states (sname: string; area: ***regions***; population: int)

relation cities (cname: string; center: ***points***; ext: ***regions***; population: int)

relation rivers (rname: string; route: ***lines***)

2.3 Integration in das rel. Datenmodell

Beispiel: Anfragen in Geo-Relationaler Algebra

(1) cities select [center inside Bavaria]

"Bavaria" sei eine Konstante des Typs ***regions***

(2) rivers select [route intersects Window]

(3) cities select [dist(center,Hagen) < 100 and population > 500.000]

(4) cities states join [center inside area]

(5) cities rivers join [dist(center,route) < 50]

(6) rivers select [route intersects Bavaria]
extend [intersection(route,Bavaria) {part}]
extend [length(part) {plength}]
project [rname,part,plength]

2.3 Integration in ein Datenbanksystem

Integration der algebraischen Operationen in konkrete Anfragesprache

z.B. SQL:

(4') SELECT cname, sname FROM cities, states WHERE center inside area

Input und Output von Konstanten

- Input von Konstanten von Spatial Data Types:
  - *points, lines, regions* benennen (z.B. über Mapping *obj* → *geo*)
  - oder graphischer Input der Konstanten
- Output von Konstanten von Spatial Data Types:
  - Graphischer Output
  - mit Legende (Namen, Typ, . . . von Objekten)