Ludwig Maximilians Universität München
Institut für Informatik
Lehr- und Forschungseinheit für Datenbanksysteme

Skript zur Vorlesung

Knowledge Discovery in Databases

im Wintersemester 2006/2007

Kapitel 6: Outlier Detection

http://www.dbs.ifi.lmu.de/Lehre/KDD

6 Outlier Detection

Übersicht

Was ist ein Outlier?

Was ist ein Outlier?

- Beim Clustering: Rauschen (alle Punkte, die zu keinem Cluster gehören)
- Generell : keine allgemein gültige und akzeptierte Definition
- „One person's noise could be another person's signal."

Beispiele:

- Sport: Michael Jordon, Thomas "Icke" Häßler, ...

Anwendungen:

- Kreditkarten-Mißbrauch
- Telefonkunden-Betrug
- Medizinische Analyse

Was ist ein Outlier?

Definitionen

- Nach Hawkins (1980) : "Ein Outlier ist eine *Beobachtung*, die sich von den anderen *Beobachtungen* so deutlich unterscheidet, daß man denken könnte, sie sei von einem anderen Mechanismus generiert worden."

Erkennung von Outliern

- Ziel: Erkennen des anderen Mechanismus
- Wenn Trainingsbeispiele für diesen anderen Mechanismus exisitieren kann das Problem mit Klassifikation gelöst werden
  ACHTUNG: Probleme da Trainingsdatenmenge für "outlier"- Klasse meist sehr viel kleiner als für "normal"
- In den meisten Anwendungen: keine Trainingsdaten für "outlier" vorhanden
  => Outlier Detection ist ein *unsupervised learning* Task

Outlier Detection in der Statistik

Idee

- Modelliere Daten als multivariate Normalverteilung
- Punkte deren Abstand (quadratische Formdistanz) zum Mittelwert μ größer als Grenzwert Θ (z.B. $\Theta = 3 \cdot \sigma$) ist, sind Outlier

Multivariate Normalverteilung

$$N(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}\left[\boxed{(x-\mu)^{\mathbf{T}}\,\mathbf{\Sigma}^{-1}(x-\mu)}\right]}$$

Quadratische Formdistanz (Mahalanobis Distanz) des Punktes x vom Mittelwert μ der Normalverteilung

6.1 Einleitung

Quadratische Formdistanz

- Die quadratischen Formdistanzen der Punkte zum Mittelwert der Normalverteilung folgen einer χ^2 (Chi-Square)-Verteilung mit d Freiheitsgraden (d = Dimensionalität des Datenraums)

Algorithms zur Erkennung multivariater Outlier

- Input: d-dimensionale Punktmenge DB
  - Berechne den Mittelwert μ_{DB} aller Punkte $\quad \mu_{DB} = \frac{1}{|DB|}\sum_{x \in DB} x$
  - Berechne die (d x d) Kovarianzmatrix Σ_{DB} aller Punkte
  - Berechne für jeden Punkt $x \in DB$ die quadratische Formdistanz von x zum Mittelwert μ_{DB}

$$D(x, \mu_{DB}) = (x - \mu_{DB})^{\mathbf{T}}\,\mathbf{\Sigma}^{-1}(x - \mu_{DB})$$

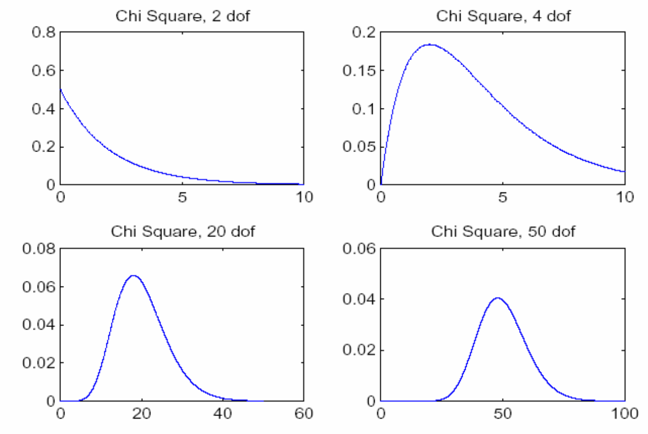
- Output: alle Punkte x, deren Abstand zum Mittelwert größer als $\chi^2(0{,}975)$ ist

$$\text{OutlierSet} = \{x \in DB \mid D(x, \mu_{DB}) > \chi^2(0{,}975)\}$$

6.1 Einleitung

Probleme

- "Curse of Dimensionality"
  - Distanzen werden in hochdimensionalen Räumen unaussagekräftig
  - Je höher die Dimensionalität des Datenraums (Freiheitsgrade der Verteilung), desto ähnlicher werden die quadratischen Formdistanzen



dof = degree of freedom

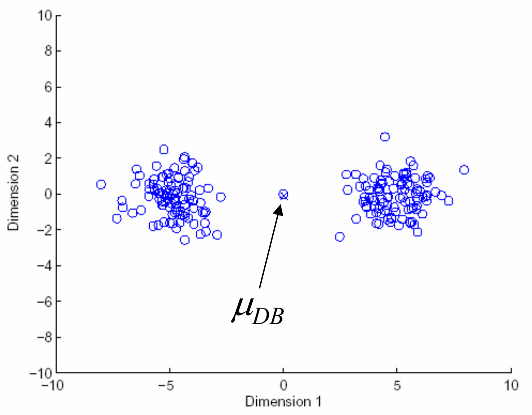
6.1 Einleitung

Probleme (cont.)

- Robustheit
  - Mittelwert und Varianz/Kovarianz extrem sensitiv gegenüber Outliern
  - Verwendung der quadratische Formdistanz zur Outlier-Entdeckung obwohl diese Distanz selbst durch Outlier beeinflußt ist (da abhängig von der Kovarianzmatrix)

    => Minimum Covariance Determinant [Rousseeuw, Driessen 99] minimiert den Einfluss von Outliern auf die quadratische Formdistanz
- Flexibilität
  - Datenverteilung muß vorher bekannt sein
  - Keine "Mixture of Gaussians"
  - Beispiel:

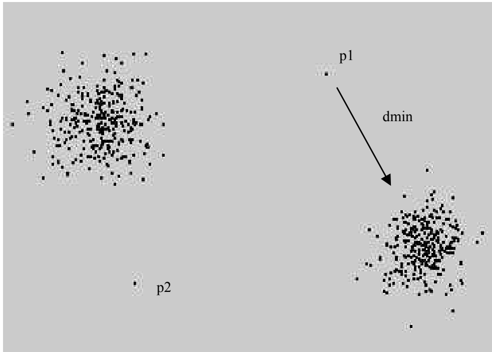
    Mittelwert der Daten ist ein Outlier!!!



6.2 Distanzbasierte Outlier

Definition "*(pct,dmin)*-Outlier" [Knorr, Ng 97]

- Ein Objekt *p* in einem Datensatz *DB* ist ein *(pct,dmin)*-Outlier, falls mindestens *pct* - Prozent von Objekten aus *DB* eine größere Distanz als *dmin* zu *p* haben.
  - Wahl von *pct* und *dmin* wird einem Experten überlassen.



Beispiel: $p_1 \in DB$, *pct=0.95, dmin=8*

p_1 *ist (0.95,8)-Outlier =>*
95% von Objekten aus *DB* haben eine Distanz > *8* zu p_1

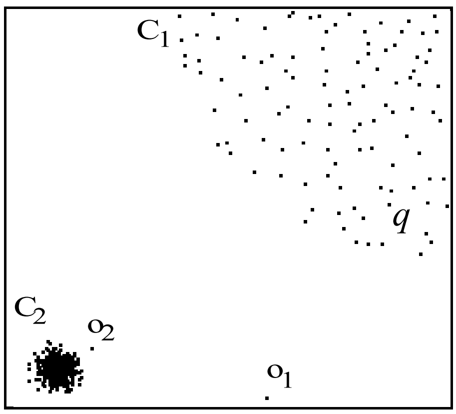
6.2 Distanzbasierte Outlier

Alternative Definitionen

- „(k,dmax)"-Outlier [Kollios, Gunopulos, Kiudas, Berchtold 03]
  - Ein Objekt *p* in einem Datensatz *DB* ist ein *(k,dmax)*-Outlier, falls höchstens *k* Objekte aus *DB* eine kleinere Distanz als *dmax* zu *p* haben.
- *k*NN-Outlier [Ramaswamy, Rastogi, Shim 03]
  - Die *n* Objekte in *DB* mit den höchsten *k*-nächste-Nachbar-Distanzen sind Outlier

Probleme (siehe Beispiel)

- *(pct,dmin)*-Outlier: welche Werte sollen *pct* und *dmin* annehmen, so daß o_2 ein Outlier ist, nicht aber die Objekte des Cluster C_2 (z.B. $q \in C_1$)?
- *(k,dmax)*-Outlier: analog
- *k*NN-Outlier: *k*NN-Distanz der Objekte in C_2 größer als von o_2



6.3 Dichtebasierte Outlier

Lokale Identifikation von Outlier

- Nicht nur binäre Eigenschaften für Outlier (Outlier? JA oder NEIN)
- Bei Clustern mit unterschiedlicher Dichte, können beim *distance-based* - Ansatz Probleme auftreten

Lösung : *Density-based Local Outlier*

- Weise jedem Objekt einen *Grad* zu, zu dem das Objekt ein Outlier ist
  $\Rightarrow$ Local Outlier Factor (LOF)

- Lokale Nachbarschaft von Objekten wird berücksichtigt

6.3 Dichtebasierte Outlier

Local Outlier Factor (LOF) [Breunig, Kriegel, Ng, Sander 00]

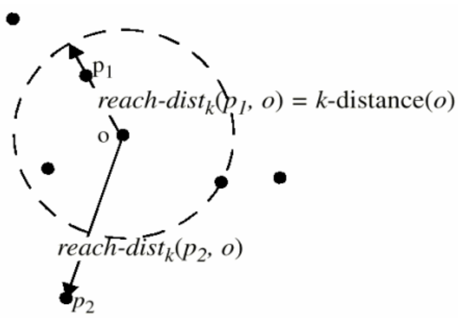
- *k-Distanz* von $p = dist(p,o)$, für jedes k, so dass gilt: ($o \in DB$)
  - (i) für mindestens k Objekte $q \in DB$ gilt : $\text{dist}(p,q) \leq \text{dist}(p,o)$
  - (ii) für höchstens k-1 Objekte $q \in DB$ gilt : $\text{dist}(p,q) < \text{dist}(p,o)$

- *k-Distanz - Nachbarschaft* von p:

$$N_{\text{k-distance(p)}}(p) = \{q \in DB \setminus \{p\} \mid \text{dist}(p,q) \leq \text{k-distance}(p)\}$$

- *Erreichbarkeits-Distanz* :

$$\text{reach-dist}_k(p,o) = \max\{\text{k-distance}(o), \text{dist}(p,o)\}$$



Local Outlier Factor (LOF)

- Als Parameter nur *MinPts*
- Lokale Erreichbarkeits-Distanz von *p*:

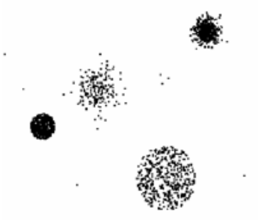
$$lrd_{MinPts}(p) = 1 \Big/ \left(\frac{\sum_{o \in N_{MinPts}(p)} reach\text{-}dist_{MinPts}(p, o)}{|N_{MinPts}(p)|} \right)$$

- Local Outlier Factor von *p* (LOF):

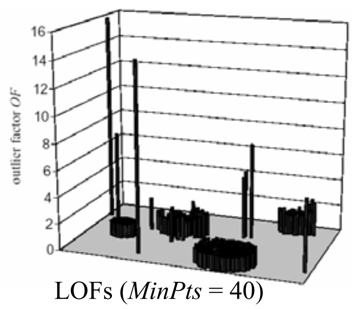
$$LOF_{MinPts}(p) = \frac{\sum_{o \in N_{MinPts}(p)} \frac{lrd_{MinPts}(o)}{lrd_{MinPts}(p)}}{|N_{MinPts}(p)|}$$

Local Outlier Factor (LOF)

- LOF $(p) \approx 1$:
  Punkt liegt weit innen im Cluster
- LOF $(p) >> 1$:
  Punkt ist ein starker lokaler Outlier

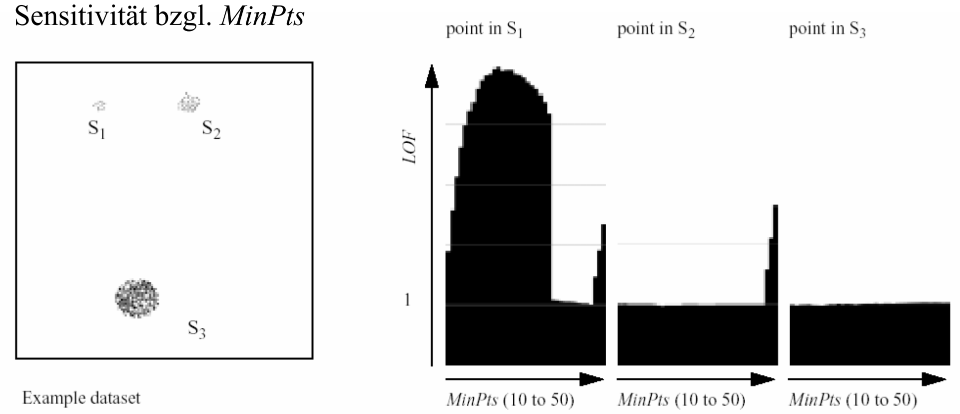


Datensatz



LOFs (*MinPts* = 40)

Sensitivität bzgl. *MinPts*



6.4 Referenzpunktbasierte Outlier

Bisherige Outlier Detection Verfahren haben eine Worst-Case-Komplexität von $O(n^2)$

=> *für große Datenmengen schwer anwendbar*

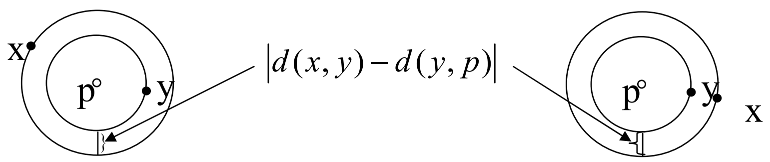
Idee: Outlier Detection mit Referenzpunkten

Geg: Datenmenge $DB = \{x_1,..,x_n\}$, Referenzpunkte $P = \{p_1,..,p_n\}$, Distanzmetrik $d(x,y)$.

- *Featurereduktion mit Referenzpunkten (jede Dimension entspricht dem Abstand zu einem Referenzpunkt)*
- *Wenn die durchschnittliche kNN Distanz eines Punktes x bereits in einer Dimension hoch ist kann ein Punkt nicht in einem Cluster liegen.*
- *Anstatt zu entscheiden ob ein Punkt ein Outlier ist generiere Ranking (ähnlich LOF)*

6.4 Referenzpunktbasierte Outlier

Definition: Objekt x ist ***Referenzpunkt-nächster Nachbar*** von Objekt y wenn gilt $\left|d(x,y)-d(y,p)\right| = \min_{1\le i\le n}\left|d(x,p)-d(x_i,p)\right|$ bzgl. Referenzpunkt $p \in P$.



k-Referenzpunkt-nächste Nachbarn analog.

Definition: Relativer Outlier-Grad (relative outlier degree)

$$D(x,k,p) = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}\left|d(x_j,p)-d(x,p)\right|$$

mit $\{x_1,..,x_k\}$ die k-Referenzpunkt-Nächste Nachbarn

6.4 Referenzpunktbasierte Outlier

Definition: Nachbarschaftsdichte

$$D^p(x,k) = \min_{1 \le r \le l} \frac{1}{D(x,k,p_r)}$$

mit den Referenzpunkten $P = \{p_1,..,p_l\}$.

Definition: ROS (Reference Outlier Score)

$$ROS(x) = 1 - \frac{D^P(x,k)}{\max_{1 \le i \le n} D^p(x_i,k)}$$

ein hoher ROS deutet auf einen Outlier hin.

6.4 Referenzpunktbasierte Outlier

Algorithmus:

FOR EACH x ∈ DB DO
  x.D_P = MAXVALUE
FOR EACH p ∈ P DO
  FOR EACH x ∈ DB DO
    Bestimme k-Referenzpunkt-Nächste Nachbarn für x bzgl. P
    x.D_P = min(x.D_P, D(x,k,p))
FOR EACH x ∈ DB DO
  berechne x.ROS
Sortiere DB nach ROS

Komplexität:

Für jede Referenzpunkt $p \in P$ und jedes Datenobjekt $x \in DB$ wird $D(x,k,p)$ bestimmt: $O(n \log n)$ (sortiere aller Elemente)

$\Rightarrow$ der Algorithmus hat eine worst-case Zeitkomplexität von $O(|P|\ |DB| \log |DB|)$

Allerdings: Linear bzgl. Speicherkapazität (komplettes Ranking)